

# ANALISI DI REGRESSIONE LINEARE SEMPLICE E MULTIPLA

MAURIZIO RULLI

Questo strumento, che trova numerose applicazioni in campo estimativo, in Italia è ancora poco utilizzato benché permetta di svolgere previsioni del prezzo assai fedeli alla realtà, principalmente per il fatto che necessita di numerosi dati relativi ai prezzi di mercato e alle caratteristiche degli immobili. Nel testo vengono illustrate le principali tipologie di regressioni: la lineare semplice e la lineare multipla. Entrambe vengono impiegate in molti settori, da quello economico, dove servono a stimare le funzioni di produzione, di costo e i rendimenti di scala, a quello contabile, dove vengono utilizzate per le spese generali e gli andamenti dei costi medi, a quello degli affari mobiliari per l'analisi tecnica.

**N**ell'ambito dei modelli di tipo statistico-matematico impiegati nelle valutazioni immobiliari, i modelli di regressione trovano la loro maggiore diffusione. Essi mirano a spiegare le relazioni di tipo causa-effetto esistenti tra un insieme di variabili fisiche, tecniche, economiche, ecc., dette variabili esplicative o indipendenti (ad esempio le caratteristiche immobiliari), e la variabile spiegata o dipendente (ad esempio il prezzo di mercato).

Nel campo delle valutazioni immobiliari l'analisi di regressione è applicata ai fini della previsione, tuttavia il suo campo di impiego si estende alla rappresentazione e all'interpretazione della realtà economica.

Facendo un po' di storia, l'impiego dei modelli di regressione ai fini estimativi risale al 1922, quando si tentò di spiegare il prezzo dei terreni agricoli attraverso le caratteristiche agronomiche, di posizione e produttive dei fondi; nel 1926 fu costruito un modello di regressione multipla per spiegare il prezzo dei terreni attraverso la produzione del mais, le percentuali di suolo arabile, di suolo coltivato a mais e di suolo coltivato a foraggiere.

Le stime effettuate con questi modelli sono utilizzate oltre che nel settore fiscale (per la fissazione degli imponibili patrimoniali) anche in quello amministrativo per le stime degli indennizzi per

IL MODELLO LINEARE INDICA LA RETTA CHE, MEGLIO DI QUALSIASI ALTRA, ESPRIME LA RELAZIONE IPOTIZZATA TRA LE DUE VARIABILI, COSÌ CHE L'OBIETTIVO DELL'ANALISI DI REGRESSIONE CONSISTE NELL'INDIVIDUARE TALE MIGLIORE RETTA.

pubblica utilità, nelle stime per l'acquisizione delle proprietà negli interventi di rinnovo urbano e di riqualificazione edilizia, ecc.

L'analisi di regressione, nonostante trovi numerose applicazioni in campo estimativo, in Italia è poco conosciuta o utilizzata, principalmente per il fatto che necessita di numerosi dati relativi ai prezzi di mercato e alle caratteristiche degli immobili, però una volta soddisfatte le condizioni metodologiche di applicazione e verificati i risultati, permette di svolgere previsioni del prezzo assai fedeli alla realtà.

L'analisi di regressione è impiegata in molti settori, da quello economico, dove serve a stimare le funzioni di produzione, di costo e i rendimenti di scala, a quello contabile, dove serve per le spese generali e gli andamenti dei costi medi, a quello degli affari mobiliari per l'analisi tecnica.

Il principio basilare dell'analisi di regressione applica il concetto di interpolazione di una funzione ai dati osservati.

I risultati dell'analisi di regressione sono compatibili con gli altri procedimenti estimativi che impiegano misure medie e marginali (MCA, sistema di stima e sistema di ripartizione).

Il modello di regressione lineare semplice è formato da una variabile dipendente e da una variabile indipendente, e in termini generali si tratta di misurare con un modello matematico il legame funzionale

$$y = b_0 + b_1 \cdot x$$

Dove  $y$  è il valore di mercato ricercato,  $b_0$  è l'intercetta e  $b_1$  è la pendenza della retta,  $x$  è la superficie commerciale dell'immobile oggetto di valutazione.

In pratica il modello lineare indica la retta che, meglio di qualsiasi altra, esprime la relazione ipotizzata tra le due variabili, così che l'obiettivo dell'analisi di regressione consiste nell'individuare tale migliore retta.

Per individuare la migliore retta di regressione esistono vari criteri, quello più diffuso è quello *dei minimi quadrati* che provvede a posizionare la retta in modo da rendere minima la somma degli scostamenti al quadrato, approssimandosi così ai dati osservati (o nuvola di punti).

Saltando la dimostrazione con cui si arriva alla formula per ricavare  $b_0$  e  $b_1$ , dimostrazione non interessante ai fini della redazione di un rapporto di valutazione, gli elementi di cui sopra si ottengono con:

$$b_0 = \frac{\sum y - b_1 \cdot \sum x}{m}$$

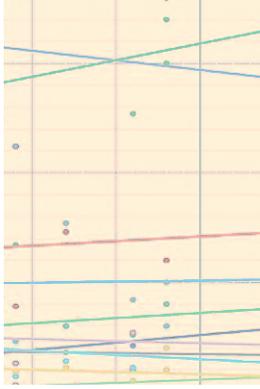
e

$$b_1 = \frac{m \cdot \sum x \cdot y - (\sum x \cdot \sum y)}{m \cdot \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

Se, per esempio, nella stima di un appartamento in condominio di superficie commerciale di mq 109,70, applicando il procedimento di stima mon-parametrica, applichiamo l'analisi di regressione semplice, dopo aver rilevato cinque comparabili (vedi tabella a fianco), il sistema dei minimi quadrati si risolve per i coefficienti  $b_0$  e  $b_1$  dell'equazione di regressione. Quindi, applicando le relative formule, si avrà:

$$b_1 = \frac{5 \cdot 85.528.000 - (551,10 \cdot 774.000)}{5 \cdot 60.936,31 - 551,10^2} = 1.121,87 \text{ €/mq}$$

$$b_0 = \frac{774.000 - 1.121,87 \cdot 551,10}{5} = 31.147,97 \text{ €}$$



PER IL MODELLO DI REGRESSIONE LINEARE MULTIPLA IL PREZZO DI MERCATO DEGLI IMMOBILI DIPENDERÀ DA NUMEROSE VARIABILI, PIUTTOSTO CHE DA UNA SOLA.

<i>n</i>	<i>x</i> <i>Superficie commerciale (mq)</i>	<i>y</i> <i>Prezzo totale (euro)</i>	<i>x</i> <sup>2</sup>	<i>x</i> · <i>y</i>
1	101,60	145.000,00	10.322,56	14.732.000,00
2	115,30	160.000,00	13.294,09	18.448.000,00
3	108,20	153.000,00	11.707,24	16.554.600,00
4	106,90	151.000,00	11.427,61	16.141.900,00
5	119,10	165.000,00	14.184,81	19.651.500,00
<b>Σ</b>	<b>551,10</b>	<b>774.000,00</b>	<b>60.936,31</b>	<b>85.528.000,00</b>

Trovati i due coefficienti, nell'esempio numerico l'immobile da valutare ha una superficie commerciale di mq 109,70, di conseguenza il valore V è pari a:

$$V = 31.147,97 + 1.121,87 \cdot 109,70 = 154.217,11 \text{ €}$$

Il parametro  $b_1$  rappresenta il prezzo marginale della superficie commerciale, in questo esempio pari ad euro 1.121,87.

Per il modello di regressione lineare multipla possiamo dire che verosimilmente il prezzo di mercato degli immobili dipende da numerose variabili, piuttosto che da una sola; le variabili esplicative  $x_i$  (con  $i = 1, 2, \dots, n$ ) che influenzano il prezzo so-

no infatti numerose e di diversa natura, quindi il modello di regressione lineare multipla si presenta nel seguente modo:

$$y = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_3 + \dots + b_n \cdot x_n + e$$

I principi e i criteri introdotti per il modello di regressione semplice sono validi con gli opportuni adattamenti anche per il modello di regressione multipla.

Naturalmente il calcolo statistico diventa più complesso a causa della presenza di più variabili e per questo motivo è opportuno ricorrere ad un foglio di calcolo.